Županijsko natjecanje iz informatike

Srednja škola
Druga podskupina (3. i 4. razred)

17. veljače 2023.

Zadatci

Ime zadatka	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Broj bodova
Geni	1 sekunda	512 MiB	40
Trik	1 sekunda	512 MiB	50
Klizanje	2 sekunde	1024 MiB	50
Kockica	1 sekunda	512 MiB	60
Ukupno			200

Agencija za odgoj i obrazovanje
Education and Teacher Training Agency

HRVATSKI SAVEZ INFORMATIČARA

Ministarstvo znanosti i obrazovanja

Zadatak: Geni

Doktor Perković jedan je od najistaknutijih hrvatskih genetičara, a svjetsku je slavu stekao revolucionarnim rezultatima u istraživanju ljudske dugovječnosti. Manje je poznato da ga je inspiriao, ni više ni manje, nego senzacionalistički članak lokalnog web-portala pod naslovom: *"Deset znakova dugog života, nećete vjerovati koji se nalazi pod brojem tri!"*. Pod brojem tri nalazila se tvrdnja da čvrst stisak ruke ukazuje na dug život.

Doktor Perković odmah se bacio na posao te je identificirao genetske predispozicije koje vode do *čvrstih ruku*. Preciznije, zaključio je da je potrebno imati *leksikografski male gene*.

Pojednostavljeno, *gen* možemo zamisliti kao riječ koja se sastoji od slova `'A'` (adenin), `'C'` (citozin), `'G'` (gvanin) i `'T'` (timin). Kažemo da je gen G_1 *leksikografski manji* od gena G_2 ako bi se riječ kojim predstavljamo G_1 u rječniku nalazila ispred riječi kojom predstavljamo gen G_2, pod pretpostavkom da su riječi u rječniku navedene abecednim poretkom.

Primjerice, gen `"CGCAC"` leksikografski je manji od gena `"CGGAC"`, dok gen `"CGGCA"` to nije.

Doktor Perković trenutno radi na prototipu uređaja za sigurnu modifikaciju gena. Uspješan prototip značio bi da ćemo u skoroj budućnosti moći modificirati vlastite gene koji će očvrsnuti naše ruke i tako nam produljiti život. Fascinantno!

Prototip je zasad jednostavan uređaj koji se sastoji od trake i robotske ruke. Na traku je potrebno uredno postaviti tzv. *kameni gen* koji se sastoji od kamenih blokova koji redom (slijeva nadesno) tvore gen. Na svakom kamenom bloku uklesana je jedna baza (slovo `'A'`, `'C'`, `'G'` ili `'T'`). Uređaj može u robotsku ruku uzeti neki od prvih k (gledajući slijeva) kamenih blokova, zatim ga premjestiti na desni kraj, te ponovno skupiti blokove tako da nestane novonastala praznina. Uređaj može ovaj potez raditi proizvoljan broj puta.

Doktora Perkovića zanima koji je leksikografski najmanji mogući gen kojeg može dobiti ako je poznat početni gen (poredak kamenih blokova) i parametar uređaja k.

Ulazni podatci

U prvom je retku riječ G koja predstavlja gen koji se na početku nalazi na traci uređaja doktora Perkovića. Slova riječi G su `'A'`, `'C'`, `'G'` ili `'T'`.

U drugom je retku broj k koji predstavlja parametar uređaja iz teksta zadatka.

Izlazni podatci

U jedini redak ispišite riječ koja predstavlja leksikografski najmanji gen kojeg je moguće dobiti upotrebom uređaja opisanog u tekstu zadatka.

Bodovanje

Duljinu neke riječi x označavamo s $|x|$.

Podzadatak	Bodovi	Ograničenja
1	12	$1 \le \|G\| \le 100$, $0 \le k \le \|G\|$
2	12	$1 \le \|G\| \le 1\,000$, $0 \le k \le \|G\|$
3	12	$1 \le \|G\| \le 5\,000$, $0 \le k \le \|G\|$
4	4	$1 \le \|G\| \le 100\,000$, $0 \le k \le \|G\|$

Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
ACGT 2	GGACT 0	GGTAC 1
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
ACGT	GGACT	ACGGT

Pojašnjenje prvog probnog primjera: nije moguće upotrebnom uređaja dobiti leksikografski manji gen od početnog, pa uređaj nije ni potrebno koristiti.

Pojašnjenje drugog probnog primjera: Budući da je $k = 0$, uređaj ne može modificirati početni gen.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera: najprije ćemo premjestiti prvo slovo na kraj riječi i tako dobiti gen `"GTACG"`. Zatim ćemo premjestiti prvo slovo na kraj riječi i tako dobiti gen `"TACGG"`. Konačno, premjestit ćemo prvo slovo na kraj riječi i tako dobiti leksikografski najmanji gen `"ACGGT"`.

Zadatak: Trik

Nakon kraće pauze, Tin se vraća u mađioničarske vode. Osmislio je gotovo nemogući trik, a temelji tog trika su u čistoj magiji poznatoj samo njemu. Naime, on može vrtjeti karte u krug oko sebe na kojoj god udaljenosti želi!

Njegov prijatelj Ivan je jako skeptičan oko toga i želi provjeriti može li Tin uistinu izvesti taj trik. Ivan je postavio n struna oko Tina i rekao mu neka zavrti karte na onoj udaljenosti na kojoj će prerezati najveći broj struna. Iako Tinu nije problem zavrtjeti karte, problem mu je odrediti koliko najviše struna može prerezati pa moli Vas za pomoć.

Možemo zamisliti da Tin stoji u ishodištu koordinatnog sustava. Također, svaku strunu možemo zamisliti kao dužinu. Kada Tin vrti karte u krug, one se zapravo kreću po nekoj kružnici koja ima središte u ishodištu koordinatnog sustava. Karte će prerezati strunu ako spomenuta kružnica **siječe ili dodiruje** dužinu koja predstavlja tu strunu.

Ulazni podatci

U prvom retku je prirodan broj n ($0 \leq n \leq 100\,000$), broj dužina.

U sljedećih n redaka je po četiri cijela broja a_i, b_i, c_i i d_i ($-10^9 \leq a_i, b_i, c_i, d_i \leq 10^9$, $(a_i, b_i) \neq (c_i, d_i)$), koja označavaju da se i-ta struna pruža od (a_i, b_i) do (c_i, d_i).

Izlazni podatci

U prvom i jedinom retku potrebno je ispisati najveći broj struna koje Tin može prerezati vrtnjom karata u krug.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	Strune će biti na x-osi, tj. $b_i = d_i = 0$
2	16	$1 \leq n \leq 1\,000$
3	23	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3
-2 0 3 0
0 0 -1 0
1 0 2 0
```

izlaz

```
3
```

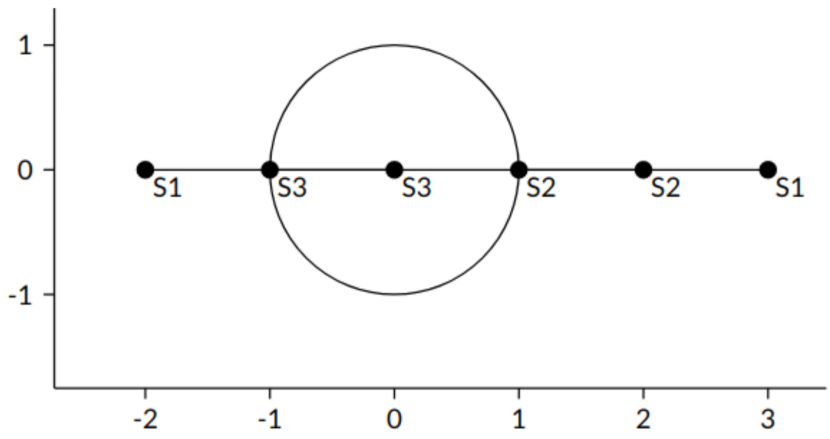
ulaz

```
4
2 2 0 4
1 2 2 6
2 3 3 4
1 1 -1 -1
```

izlaz

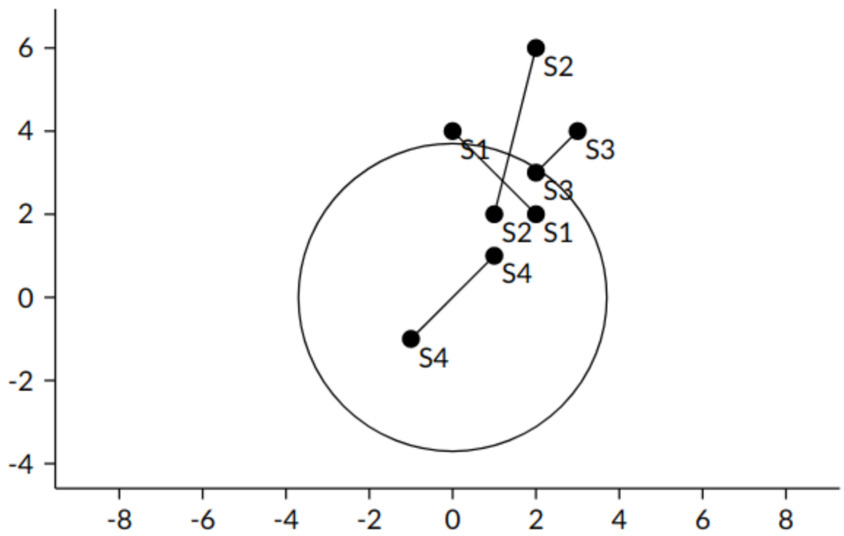
```
3
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:



Ako Tin karte zavrti na udaljenosti 1m od sebe, prerezati će sve strune. Tada prvu strunu karte režu u točkama $(-1, 0)$ i $(1, 0)$, drugu u točki $(1, 0)$ i treću u točki $(-1, 0)$.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:



Ako Tin zavrti karte na udaljenosti 3.7m od sebe, prerezat će 3 strune.

Zadatak: Klizanje

Jedno klizalište, jedan klizač, jedan zadatak.

Klizalište možemo zamisliti kao matricu dužine n metara i širine m metara. Na svakom polju matrice ili je led ili je zemlja. Klizač želi doći od polja (a_i, b_i) do polja (c_i, d_i). Prirodno pitanje koje se nameće je u koliko najmanje poteza to može ostvariti?

Klizač se u jednom potezu može pomaknuti za jedno polje u jednom od četiri smjera (gore, dolje, lijevo, desno). Ako tada staje na led, nastavlja klizati u tom smjeru po ledu do ruba klizališta ili do zadnjeg polja leda prije zemlje, i tek tada njegov potez završava.

Za svaki od q upita ispišite najmanji broj poteza u kojem klizač može doći od početnog do završnog polja u tom upitu.

Ulazni podatci

U prvom retku su prirodni brojevi n, m i q ($1 \leq n, m \leq 1\,000$, $1 \leq q \leq 10$).

U sljedećih n redaka nalazi se po m znakova. Znak '`.`' predstavlja polje leda, a znak '`x`' polje zemlje.

U sljedećih q redaka nalaze se po četiri prirodna broja a_i, b_i, c_i, d_i ($1 \leq a_i, c_i \leq n, 1 \leq b_i, d_i \leq m$), brojevi koji predstavljaju i-ti upit.

Izlazni podatci

Ispišite q redaka, u i-ti redak ispišite najmanji broj poteza u kojem klizač može doći od početnog do završnog polja u i-tom upitu ako klizač može doći od početnog do završnog polja, inače ispišite -1.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	4	Sva polja su led.
2	4	Sva polja su zemlja.
3	9	$1 \leq n, m \leq 10$
4	14	$1 \leq n, m \leq 100$
5	19	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
3 5 2
.....
xxxx.
xx.x.
1 1 1 3
1 1 1 5
```

izlaz

```
4
1
```

ulaz

```
4 4 1
..xx
..xx
....
xxx.
1 2 4 3
```

izlaz

```
3
```

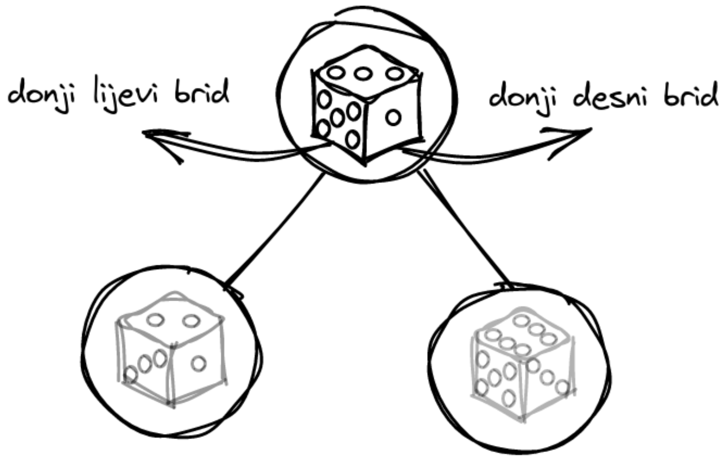
Opis prvog probnog primjera za zadatak Klizanje:
Put od (1, 1) do (1, 3) je (1, 1) -> (2, 1) -> (2, 2) -> (2, 3) -> (1, 3). Ukupno 4 poteza. Put od (1, 1) do (1, 5) je (1, 1) -> (1, 5), jer kliže. Ukupno 1 potez.

Opis drugog probnog primjera za zadataka Klizanje:
Put od (1, 2) do (4, 3) je (1, 2) -> (3, 2) -> (4, 2) -> (4, 3). Ukupno 3 poteza.

Zadatak: Kockica

Jedne večeri, tik nakon završetka uzbudljivog četvrtfinala lige prvaka između gladijatora i tigrova, Gaj Julije Cezar spokojno je šetao prema svojim odajama. Uslijed šetnje pred njim se stvori veliko, prekrasno *binarno stablo* s čvorovima označenim prirodnim brojevima od 1 do N.

Binarno stablo je ukorijenjeno stablo u kojem svaki čvor ima najviše dvoje djece, prisjeti se Cezar, te postavi u korijen stabla (čvor s oznakom 1) igraću kockicu za "Čovječe, ne ljuti se" kako je prikazano na skici. Potom je vrškom prsta gurne prema djeci tog čvora i usklikne: "Kockica je bačena!". U tom se trenu u svakom čvoru stabla pojavi broj 0, dok se u korijenu stabla pojavi broj koji se nalazi na gornjoj strani kockice.



Kao da njome upravlja sam bog Jupiter, kockica se nastavi **beskonačno dugo** kretati binarnim stablom na sljedeći način:

1. Ako čvor u kojem se trenutno nalazi kockica ima lijevo dijete, tada će se kockica najprije preokrenuti prema lijevom djetetu, zatim (istim postupkom) obići cijelo lijevo podstablo, te se vratiti nazad u trenutni čvor.
2. Ako čvor u kojem se trenutno nalazi kockica ima desno dijete, kockica će se, nakon obilaska lijevog podstabla (ako ono postoji) i povratka u trenutni čvor, preokrenuti prema desnom djetetu, zatim (istim postupkom) obići cijelo desno podstablo, te se vratiti nazad u trenutni čvor.
3. Kada kockica obiđe cijelo stablo, ponovno unedogled ponavlja cijeli postupak.

Dodatno, svaki puta kada kockica posjeti neki čvor, vrijednost upisana u tom čvoru uveća se za onaj broj koji se nalazi na gornjoj stranici kockice u tom trenutku. Također, kockica se preokrene preko *donjeg lijevog* brida (vidi skicu) svaki puta kada putuje prema lijevom djetetu, odnosno, preokrene se preko *donjeg desnog* brida (vidi skicu) svaki puta kada putuje prema desnom djetetu. Kockica analogno putuje i s nekog djeteta prema roditelju, samo se preokreće u suprotnom smjeru.

S vremena na vrijeme začuje se Jupiterov gromoglasan glas: "Cezare, ako si dostojan vladar, znat ćeš koja je suma brojeva u podstablu čvora x!". Legenda kaže da je na svaki Jupiterov upit Cezar točno odgovorio.

Napišite program koji se ponaša kao Cezar.

Napomena: Na svakoj strani igraće kockice nalazi se različit prirodan broj između 1 i 6, te je zbroj brojeva na suprotnim stranama kockice jednak 7. Cezar je kockicu u korijen stabla postavio točno kako je nacrtano na skici, odnosno, na gornjoj se stranici nalazio broj 3, na lijevoj broj 5, a na desnoj broj 1.

Ulazni podatci

U prvom je retku prirodan broj N, broj čvorova binarnog stabla iz teksta zadatka.

U i-tom od sljedećih N redaka su po dva prirodna broja l_i i r_i, koji redom predstavljaju oznaku lijevog i desnog djeteta čvora s oznakom i. Ako neko od djece ne postoji, odgovarajuća vrijednost broja l_i ili r_i bit će jednaka -1. Stablo će biti povezano.

U sljedećem retku je prirodan broj Q, broj Jupiterovih upita iz teksta zadatka.

U i-tom od sljedećih Q redaka nalaze se brojevi t_i i x_i $(1 \leq x_i \leq N)$. koji opisuju i-ti Jupiterov upit. Preciznije, broj t_i označava da je Jupiter postavio upit nakon što je kockica t_i puta prošla preko nekog brida, a broj x_i je oznaka čvora koji je u vrhu podstabla u Jupiterovom upitu.

Izlazni podatci

U i-ti od Q redaka ispišite odgovor na i-ti Jupiterov upit iz ulaza.

Bodovanje

Podzadatak	Bodovi	Ograničenja
1	10	$1 \leq N, Q \leq 300$, $0 \leq t_i \leq 300$
2	10	$1 \leq N, Q \leq 3\,000$, $0 \leq t_i \leq 3\,000$
3	13	$1 \leq N, Q \leq 300\,000$, $0 \leq t_i \leq 300\,000$
4	12	$1 \leq N, Q \leq 300\,000$, $0 \leq t_i \leq 10^{18}$, niti jedan čvor neće imati dvoje djece.
5	15	$1 \leq N, Q \leq 300\,000$, $0 \leq t_i \leq 10^{18}$

Probni primjeri

ulaz

```
5
2 3
4 5
-1 -1
-1 -1
-1 -1
3
0 1
1 1
2 1
```

izlaz

```
3
5
9
```

ulaz

```
5
2 3
4 -1
-1 5
-1 -1
-1 -1
5
9 1
9 2
9 3
9 4
9 5
```

izlaz

```
35
10
16
4
4
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Slika predstavlja vrijednosti čvorova u početnom stanju i nakon prvih 9 prelazaka kocke preko nekog brida.

U svim je upitima $t_i = 9$, pa je dovoljno promatrati samo stanje nakon 9 prelazaka brida. U tom trenu sume vrijednosti podstabala su:

- **Podstablo čvora 1:** $9 + 6 + 4 + 12 + 4 = 35$
- **Podstablo čvora 2:** $6 + 4 = 10$
- **Podstablo čvora 3:** $12 + 4 = 16$
- **Podstablo čvora 4:** $4 = 4$
- **Podstablo čvora 5:** $4 = 4$